

FICHE DE TRAVAUX DIRIGES DE THERMODYNAMIQUE

Premier principe de la thermodynamique

Exercice 1:

Un gaz d'équation d'état $V = V(T, P)$ a pour coefficient de dilatation thermique isobare $\alpha = R/PV$ et pour coefficient de compressibilité isotherme $\chi_T = RT/VP^2$ où R est la constante des gaz parfaits (constante de Mayer).

1. Donner en fonction de α et de χ_T l'expression de la différentielle dV du volume du gaz en fonction de dT et dP .
2. Par intégration, en déduire l'équation d'état du gaz sachant que pour $V = 2b$ on a $T = bP/R$. On rappelle les définitions des coefficients α et χ_T :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \quad \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Travail des forces de pression

Exercice 2: Cas d'un gaz

Soit une mole de gaz subissant une compression quasi statique et isotherme de (P_0, T_0) à $(2P_0, T_0)$. Donner l'expression du travail reçu par le gaz selon qu'il s'agit:

1. d'un gaz parfait (on exprimera W en fonction de T_0);
2. d'un gaz de Van der Waals: $(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$ (on exprimera W en fonction de V_i et V_f les volumes dans l'état initial et l'état final).

Exercice 3: Cas d'un liquide

De l'eau liquide dans les conditions (P_0, V_0, T_0) subit une transformation quasi statique, son volume restant infiniment voisin de V_0 . Les coefficients thermoélastiques α , β et χ_T de l'eau sont connus et supposés constants.

1. Justifier l'expression du travail élémentaire sous la forme $dW = V_0 P (\chi_T dP - \alpha dT)$.
2. Préciser le travail échangé par l'eau avec le milieu extérieur lors des transformations suivantes:
 - a. transformation isochore;
 - b. transformation quasi statique et isobare (on exprimera W en fonction de α , P_0 , V_0 , T_0 et T_1 la température atteinte);
 - c. transformation quasi statique et isotherme (on exprimera W en fonction de χ_T , V_0 , P_0 et P_1 la pression atteinte).

Exercice 4: cas d'un solide

Un solide a une compressibilité isotherme χ_T constante. Il subit une transformation isotherme et quasi statique telle que la pression passe de la valeur P_1 à la valeur P_2 .

1. Calculer le travail reçu de l'extérieur. A.N. : $\chi_T = 10^{-11} \text{Pa}^{-1}$; $P_1 = 1 \text{atm}$; $P_2 = 100 \text{atm}$; $V = 1 \text{L}$.

2. Comparer au travail que recevrait un gaz parfait de même volume initial sous la pression P_1 lors d'une transformation identique.

Exercice 5: travail reçu par un gaz pour différents chemins suivis.

On considère deux moles de dioxygène, gaz supposé parfait, que l'on peut faire passer réversiblement de l'état initial $A(P_A, V_A, T_A)$ à l'état final $B(P_B = 3P_A, V_B, T_B = T_A)$ par trois chemins distincts:

1. chemin $A1B$: transformation isotherme;
2. chemin $A2B$: transformation représentée par une droite en diagramme de Clapeyron (P, V);
3. chemin $A3B$: transformation composée d'une isochore puis d'une isobare.

Représenter les trois chemins en diagramme de Clapeyron. Et calculer dans chaque cas les travaux mis en jeu en fonction de T_A . A.N.: $T_A = 300K$.

Exercice 6: travail reçu par un solide pour différents chemins suivis.

Un solide de volume V_0 , de coefficient de compressibilité isotherme χ_T et de dilatation isobare α (χ_T et α sont constants), subit un échauffement isobare et réversible de l'état $A_0(P_0, T_0)$ à l'état $A(P_0, T_1 = kT_0)$; puis une compression isotherme et réversible, de l'état A à l'état $A_1(P_1 = kP_0, T_1)$, le volume du solide restant infiniment voisin de V_0 .

1. Représenter les états A_0 , A et A_1 en diagramme (P, T).
2. Établir l'expression du travail reçu pour passer de l'état A_0 à l'état A_1 , en fonction de P_0 , V_0 , k , α , χ_T et T_0 :
 - a. en suivant le trajet A_0AA_1 ;
 - b. en suivant le trajet direct A_0A_1 .

(On pourra utiliser la réponse à la question 1 de l'exercice 2.)

Quantité de chaleur

Exercice 7:

Aux faibles pressions, la capacité thermique massique à volume constant d'un gaz diatomique (monoxyde de carbone) est fonction de la température absolue T : $C_V = A_0 - A_1/T + A_2/T^2$ où $A_0 = 1,41J.K^{-1}.g^{-1}$, $A_1 = 492J.g^{-1}$ et $A_2 = 16.104J.K.g^{-1}$ pour C_V en $J.K^{-1}.g^{-1}$.

1. Calculer le transfert thermique pour une mole de monoxyde de carbone lorsque le gaz est chauffé de 27^0C à 127^0C à volume constant. (On donne les masses molaires : $C = 12g.mol^{-1}$ et $O = 16g.mol^{-1}$).
2. En déduire la capacité thermique massique moyenne relative à une mole de gaz.

Exercice 8:

Du phosphore liquide est placé dans un récipient ouvert à l'air libre à pression constante. On abaisse progressivement sa température jusqu'en dessous de la température normale de solidification, sans provoquer l'apparition du solide, c'est ce que l'on appelle du liquide surfondu.

On donne la température normale de fusion du phosphore $t_n = 44^0C$; la capacité thermique massique du phosphore liquide $c_l = 0,25cal.^0C^{-1}.g^{-1}$; la capacité thermique massique du phosphore solide $c_s = 0,20cal.^0C^{-1}.g^{-1}$; la chaleur latente massique de fusion du phosphore à 44^0C $L_{f,tn} = 4,7cal.g^{-1}$.

Calculer la chaleur latente massique de fusion du phosphore à la température t du phosphore surfondu: $L_{f,t}$ en fonction de la température t et des données.

Exercice 9:

Un calorimètre de capacité thermique totale C (y compris celle des corps qui y sont contenus) dont la température initiale est θ_0 se refroidit par perte thermique. La puissance de fuite est proportionnelle à l'écart entre la température θ du calorimètre à chaque instant et la température extérieure constante θ_e .

1. Établir la loi de variation θ en fonction du temps t , de C , de a coefficient de proportionnalité de la puissance de fuite, et des températures θ_0 et θ_e .
2. A.N.: $C = 200 \text{ cal.}^\circ\text{C}^{-1}$; $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$; $\theta_e = 10^\circ\text{C}$; au bout d'une minute la température est de $19,5^\circ\text{C}$; calculer le temps au bout duquel elle sera de 15°C .

Exercice 10

On considère un calorimètre et l'eau contenue, de capacité thermique totale $\Gamma = 400 \text{ cal.}^\circ\text{C}^{-1}$ (on rappelle $1 \text{ cal} = 4,185 \text{ J}$) et de température initiale $\theta_0 = 15^\circ\text{C}$, dans lequel on immerge un serpent, de capacité thermique négligeable, parcouru par un liquide de capacité thermique massique constante $c = 0,4 \text{ cal.}^\circ\text{C}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$, avec un débit régulier $k = 1 \text{ g.s}^{-1}$. Ce liquide entre à la température $\theta_1 = 80^\circ\text{C}$ constante et sort à la température θ du calorimètre. On négligera les fuites thermiques.

1. Établir la relation donnant θ en fonction du temps t .
2. Quelle serait la température du calorimètre initialement à θ_0 , si l'on versait directement 100g du liquide dont la température initiale était θ_1 , le serpent étant alors vide?
3. Le serpent est maintenant parcouru par de l'hydrogène qui entre à la température $\theta_1 = 80^\circ\text{C}$ et sort à la température θ du calorimètre, dans les mêmes conditions initiales que précédemment; au bout du temps $t = 100 \text{ s}$, on note $\theta = 52^\circ\text{C}$.
Déterminer la capacité thermique spécifique de l'hydrogène, le débit est $k = 1 \text{ g.s}^{-1}$.

Premier principe de la thermodynamique

Exercice 11

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par $P_0 = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $V_0 = 14 \text{ L}$. On fait subir successivement à ce gaz les transformations réversibles suivantes:

- une détente isobare qui double son volume;
 - une compression isotherme qui le ramène à son volume initial;
 - un refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial.
1. A quelle température s'effectue la compression isotherme? En déduire la pression maximale atteinte.
 2. Représenter le cycle de transformations dans le diagramme (P, V) .
 3. Calculer les travaux et transferts thermiques échangés par le système au cours du cycle, soient W_1 , W_2 , W_3 , Q_1 , Q_2 et Q_3 en fonction de P_0 , V_0 et $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ (supposé constant dans le domaine de températures étudié).
 4. Vérifier $\Delta U = 0$ pour le cycle.

Exercice 12:

Un bloc de cuivre de 100 grammes porté à une température de 0°C est plongé dans 50 grammes d'eau à 80°C . Le système atteint une température d'équilibre T . On supposera que l'ensemble Eau + Cuivre est isolé (on ne tient pas compte des parois du récipient). La chaleur massique C_{Cu} du cuivre (capacité calorifique par unité de masse) est de $400\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$, celle de l'eau C_{eau} est de $4180\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Elles sont supposées constantes et indépendantes de la température. Pour l'application numérique, on prendra $C_{eau} = 4000\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

En appliquant le premier principe de la thermodynamique, déterminer la température d'équilibre T .

Exercice 13

x moles d'un gaz parfait monoatomique de masse molaire m sont comprimées dans un compresseur composé d'un cylindre et d'un piston. Le compresseur a une masse M et une chaleur massique C . Ce compresseur est thermiquement isolé de l'extérieur. Le gaz passe de l'état $A(T_1, V_1)$ à l'état $B(T_2, V_2)$ de façon quasi-statique et réversible. Les parois du compresseur absorbent de la chaleur de manière réversible ce qui implique qu'à tous les instants la température de l'ensemble gaz + compresseur est uniforme.

1. Déterminer la quantité de chaleur reçue par le métal du compresseur lors d'une variation dT de sa température.
2. Quel est le travail élémentaire reçu par le gaz lors d'une variation dV de son volume?
3. Quelle est la capacité calorifique à volume constant C_v des x moles du gaz monoatomique?
4. Quelle est la variation d'énergie interne du gaz pour des variations dT et dV de sa température et de son volume, respectivement?
5. A l'aide du premier principe appliqué au gaz, déterminer l'équation différentielle liant la température du gaz à son volume.
6. Dédurre par intégration de cette équation la température finale du gaz en fonction de R , C , x , T_1 , V_1 , V_2 et M

Exercice 14: détente quasistatique polytropique d'un gaz parfait.

On considère la détente polytropique d'indice q constant (transformation pour laquelle le volume V et la pression P vérifient $PV^q = \text{cte}$, avec q) d'un gaz parfait le menant d'un état (P_1, V_1, T_1) à un état (P_2, V_2, T_2) avec $V_2 > V_1$. On pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ (supposé constant). Pour quelles valeurs du coefficient q , la détente du gaz s'accompagne-t-elle:

1. d'absorption de chaleur et d'échauffement du gaz?
2. d'absorption de chaleur et de refroidissement du gaz?

Exercice 15: transformation adiabatique.

Un gaz parfait passe d'un état (P_1, V_1, T_1) à un état (P_2, V_2, T_2) suivant une transformation adiabatique. On pose $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ (supposé constant).

1. Montrer que, s'il existe une suite continue d'états d'équilibre thermodynamiques internes au cours de la transformation, la pression P et le volume V du gaz sont reliés par: $PV^\gamma = \text{cte}$.
2. Le gaz est comprimé et passe de la pression P_1 à la pression $P_2 = 2P_1$. Calculer le travail échangé par le gaz et le milieu extérieur en fonction de P_1 , V_1 et γ .

Données: $P_1 = 1\text{bar}$, $V_1 = 1\text{dm}^3$ et $\gamma = 1,4$

Exercice 16: étude du cycle de Lenoir.

Un des premiers moteurs à combustion interne fonctionne de la manière suivante:

- l'air et le carburant sont admis dans le cylindre; à la fin de la phase d'admission, l'air se trouve dans l'état $A(P_1, V_1, T_1)$;
- la combustion du carburant (phase d'explosion) provoque une augmentation brutale de la pression à volume constant et fournit un transfert thermique Q_1 ; à la fin de la phase, les gaz résiduels sont dans l'état $B(P_2, V_1, T_2)$;
- ils se détendent ensuite de manière adiabatique jusqu'à l'état $C(P_1, V_2, T_3)$, les paramètres étant en permanence connus (état d'équilibre thermodynamique interne);
- enfin, les gaz s'échappent du cylindre à la pression constante P_1 et un nouveau cycle recommence.

En négligeant la quantité de matière de carburant liquide, on assimilera l'air et les gaz brûlés à un gaz parfait dont le coefficient γ (rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant) vaut $\gamma = 1,4$.

1. Représenter, dans le diagramme de Clapeyron, le cycle de transformations $ABCA$ des gaz (air ou gaz brûlés) dans le cylindre.
2. Calculer le travail W échangé par une mole de gaz au cours du cycle en fonction de γ et des températures T_1, T_2 et T_3 .
3. Le rendement r de ce moteur est par définition:

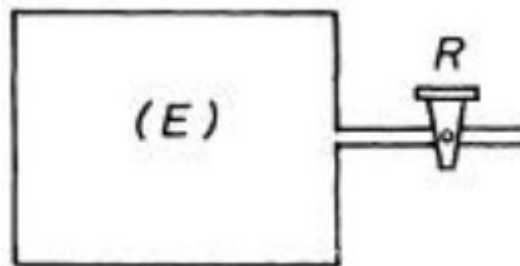
$$r = \frac{\text{Travail fourni par le moteur}}{\text{Transfert thermique reçu par le gaz pendant la combustion du carburant}}.$$

Calculer ce rendement, d'abord en fonction de γ, T_1, T_2 et T_3 , puis en fonction de γ et du rapport des volumes $a = \frac{V_2}{V_1}$.

Calculer r pour $a = 4$.

Exercice 17:

L'enceinte (E), adiabatique et de volume constant V , est initialement vide. On ouvre le robinet R , et le gaz de l'atmosphère extérieure, de pression constante P , vient le remplir jusqu'à ce que la pression y soit égale à P . Calculer l'énergie interne U du gaz de l'enceinte dans l'état final en fonction de son énergie interne U_0 et du volume V_0 qu'il avait initialement dans l'atmosphère.



Exercice 18: détente de Joule-Gay Lussac.

Un gaz vérifiant l'équation de Van der Waals possède l'énergie interne:

$$U = nC_{V,m}T - \frac{n^2a}{V} + U_0$$

n représente la quantité de matière, a est une constante caractéristique du gaz, $C_{V,m}$ est la capacité thermique molaire à volume constant, supposée indépendante de T dans le domaine de température considéré et U_0 est une constante additive (l'énergie interne, comme l'énergie potentielle d'interaction entre particules, est définie à une constante additive près).

Initialement, ce gaz se trouve dans les conditions suivantes: $P_1 = 10^5 Pa$ (très proche de la pression atmosphérique) et $T_1 = 293K$.

Au cours de la détente Joule-Gay Lussac, le volume du gaz double. Calculer la variation de température ΔT correspondante.

On donne: $C_{V,m} = 5R/2$; $a = 0,14 J.m^3.mol^{-2}$.

Exercice 19:

Un cylindre horizontal adiabatique de volume $2V_0$ est séparé en deux compartiments (1) et (2) par une paroi adiabatique mobile sans frottement. A l'état initial, chaque compartiment est de volume V_0 et contient une mole d'un gaz parfait de coefficient γ constant, sous la pression P_0 et à la température T_0 .

A $t = 0$ le compartiment (1) est chauffé par effet joule à l'aide d'un conducteur ohmique de résistance R parcourue par un courant jusqu'à ce que la pression de ce compartiment soit $P_1 = 5P_0$. La paroi séparatrice est alors en équilibre. Le chauffage est suffisamment lent pour supposer l'évolution quasi-statique dans les deux compartiments.

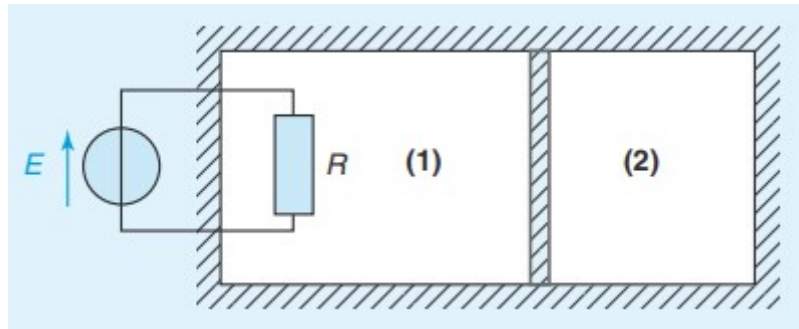


Figure 1: Schéma du dispositif

Les variables d'état des deux compartiments seront indexées 1 et 2 respectivement. P_0 , T_0 et V_0 sont les données du problème

1. Déterminer P_2 . Écrire la relation simple entre V_1 , V_2 et V_0 .
2. En appliquant la loi de Laplace dans les deux compartiments, déterminer V_1 et V_2
3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique déterminer successivement en fonction de T_0 , R et γ :
 - a. ΔU_2 : la variation de l'énergie interne du compartiment (2);
 - b. Q_2 : la chaleur reçue par le gaz du compartiment (2);
 - c. W_2 : le travail de forces pressantes reçue par le gaz du compartiment (2);
 - d. ΔU_1 : la variation de l'énergie interne du compartiment (1);
 - e. Q : la chaleur fournie par le conducteur ohmique;
 - f. W_1 : le travail de forces pressantes reçue par le gaz du compartiment (1).

Exercice 20:

La capacité calorifique (ou capacité thermique) massique de l'eau est $C_e = 4,18 J.K^{-1}.g^{-1}$, sa masse volumique est $\rho_e = 1000 kg.m^{-3}$

On désire mesurer la capacité thermique massique du verre par une expérience de calorimétrie à pression constante.

1. Quelle est la fonction d'état à utiliser dans cette situation?
2. Les fuites thermiques sont négligées. Le calorimètre en équilibre thermique contient $m_1 = 100\text{g}$ d'eau à la température de $t_1 = 20^\circ\text{C}$. On ajoute une masse $m_2 = 60\text{g}$ d'eau à la température $t_2 = 50^\circ\text{C}$. Quelle serait la température finale t_f de l'eau si on négligeait la capacité thermique du calorimètre?
3. La température d'équilibre obtenue expérimentalement est $t_{eq} = 30^\circ\text{C}$. Calculer la masse équivalente m_0 en eau du calorimètre et sa capacité thermique C_{cal} .
4. On place $n = 40$ petites billes identiques de verre dans un four maintenu à $t_0 = 80^\circ\text{C}$. Chaque bille a un diamètre $D = 1\text{cm}$. La densité du verre est $d = 2,5$. Ces petites billes sont plongées dans le calorimètre précédent contenant $m_1 = 100\text{g}$ d'eau à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$. La température du mélange à la température $t_{eq} = 25^\circ\text{C}$. En déduire l'expression et la valeur numérique de la capacité thermique C_{verre} du verre.